令和２年度　入学試験問題

数　学

※試験開始のチャイムや合図があるまで開かないこと

〔注意事項〕
1．問題用紙は、７ページまである。
2．解答は、すべて別紙の解答用紙の所定欄に記入すること。
3．解答用紙への記入は、試験開始後に記入すること。
4．解答用紙には出身中学校･受験番号･氏名を必ず記入すること。
5．試験開始の30分後から退場はできるが、解答用紙は必ず裏返して退場すること。
6．問題用紙は、各自で持ち帰ること。
7．定規、分度器、コンパスは使用しないこと。

常　磐　高　等　学　校

$\boxed{1}$ ～ $\boxed{6}$ の問題に対する解答用紙への記入上の留意点
・答えが数または式の場合は，最も簡単な数または式にすること。
・答えに根号を使う場合は，$\sqrt{\ }$ の中を最も小さい整数にすること。
・答えに円周率を使う場合は，π で表すこと。

$\boxed{1}$ 次の(1)～(10)に答えよ。

(1) $8+5\times(-2)$ を計算せよ。

(2) $3(4a-1)-2(3a+5)$ を計算せよ。

(3) $\sqrt{54}+\dfrac{36}{\sqrt{6}}$ を計算せよ。

(4) $a=3$，$b=-1$ のとき，a^2-6b の値を求めよ。

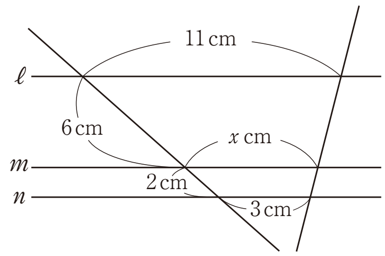
(5) 1次方程式 $2(6x-1)=7x+8$ を解け。

(6) 2次方程式 $x^2-5x+3=0$ を解け。

(7) 関数 $y=\dfrac{1}{2}x+3$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域を求めよ。

(8) 連立方程式 $\begin{cases} 3x+5y=4 \\ x-2y=5 \end{cases}$ を解け。

(9) 右の図のような5つの直線がある。直線 ℓ，m，n が $\ell /\!/ m$，$m /\!/ n$ であるとき，x を求めよ。



(10) 右の表は男子生徒30人の身長を度数分布表に整理したものである。
155cm以上160cm未満の階級の相対度数を求めよ。
ただし，小数第3位を四捨五入して，小数第2位まで求めること。

階級（cm）	度数
155 以上 160 未満	4
160 ～ 165	9
165 ～ 170	12
170 ～ 175	3
175 ～ 180	2
計	30

2　大小２個のさいころを同時に投げる。ただし，さいころはどの目が出ることも同様に確からしいとする。次の各問いに答えよ。

(1)　大きいさいころは偶数の目が出て，小さいさいころは奇数の目が出る確率を求めよ。

(2)　大きいさいころは３から６の目が出て，小さいさいころは１か２の目が出る確率を求めよ。

(3)　大きいさいころの目を十の位，小さいさいころの目を一の位の数として，２けたの整数を考える。２けたの整数が50以上になる確率と，20以下になる確率を求めよ。ただし，答えを求めるまでの課程もかきなさい。その際に樹形図や表を用いてもよいものとする。

3 連続する整数について，以下の問いに答えよ。

(1) 連続する３つの整数についてAさんとBさんが以下のような会話をしている。会話中の $\boxed{\text{(ア)}}$ ～ $\boxed{\text{(エ)}}$ に当てはまるものを答えよ。

Aさん

連続する３つの整数のうち，真ん中の数を偶数とするとき，整数 n を用いると 2n と表すことができるね。

Bさん

そうすると小さい方の整数は $\boxed{\text{(ア)}}$ ，大きい方の整数は $\boxed{\text{(イ)}}$ のように表すことができるのね。

先生が言っていたのだけど，連続する３つの整数の積は絶対に６の倍数になるらしいんだ。

そうなの⁉ 例えば…

$1 \times 2 \times 3 = 6 = 6 \times 1$

$3 \times 4 \times 5 = 60 = 6 \times 10$

$5 \times 6 \times 7 = 210 = 6 \times 35$

確かに６の倍数になりそうだけど絶対になるかはわからないね。

そこでさっきの $\boxed{\text{(ア)}}$ ，2n， $\boxed{\text{(イ)}}$ を使って証明したいんだ。

まず連続する３つの整数の積は

$\boxed{\text{(ア)}} \times 2n \times \boxed{\text{(イ)}} = 2 \times n \times \boxed{\text{(ア)}} \times \boxed{\text{(イ)}}$

となるから $\boxed{\text{(ウ)}}$ の倍数になることはわかるんだけど $\boxed{\text{(エ)}}$ の倍数になることが証明できないんだ。

さっき挙げた例みたいに，連続する３つの整数は必ずどこかが $\boxed{\text{(エ)}}$ の倍数になるんだよ。つまり，連続する３つの整数の積は $\boxed{\text{(エ)}}$ の倍数でもあるんだね。

そっか。$\boxed{\text{(ア)}}$，2n，$\boxed{\text{(イ)}}$ は連続する３つの整数だから，どれかが $\boxed{\text{(エ)}}$ の倍数になるんだね。つまり連続する３つの整数の積は $\boxed{\text{(ウ)}}$ の倍数かつ $\boxed{\text{(エ)}}$ の倍数だから６の倍数になるんだ！

そういうことだね。あとは真ん中の整数が奇数のときも示せたら証明完了だね。

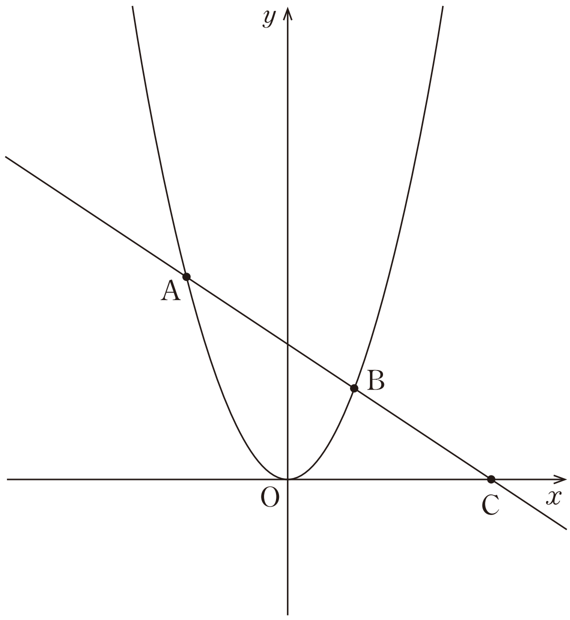
そうだね。今からやってみるよ。ありがとう。

(2) (1)を参考にしたとき，次の整数の積はそれぞれ何の倍数になるか答えよ。

① 連続する４つの整数の積

② 連続する５つの整数の積

4　関数 $y=ax^2$ のグラフ上に２点Ａ，Ｂがあり，点Ａの座標は（-3，６），点Ｂの x 座標は２である。次の各問いに答えよ。



⑴　a の値を求めよ。

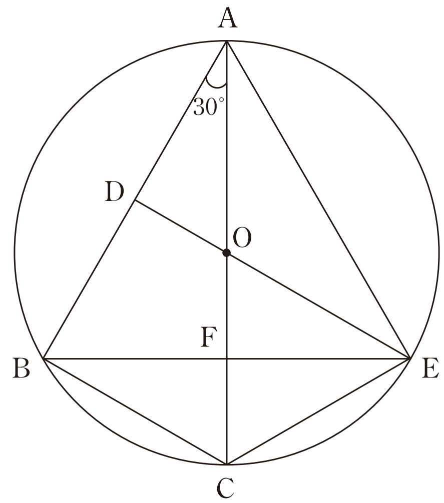
⑵　直線ABの式を求めよ。

⑶　直線ABと x 軸の交点をＣとするとき，△AOCの面積を求めよ。

⑷　△AOCを，x 軸のまわりに１回転させてできる立体の体積を求めよ。

5 右の図のように点Ｏを中心とする半径６cmの円をとる。△ABCの頂点A，B，Cは円Ｏ上にあり，ACは円Ｏの直径である。中心Ｏを通りBCに平行な線分とABとの交点をD，Bを含まない$\overset{\frown}{AC}$との交点をE，BEとACの交点をFとする。また，∠BAC＝30°である。

次の各問いに答えよ。



(1) としやさんは，「△ABE∽△OCEを証明せよ」という問題に対し，以下のように証明している。

説明文の中の (ア) ～ (カ) に当てはまる最も適当なものを下の語群から選び，答えよ。ただし，(イ)，(ウ)，(エ) は同じものを２度以上用いて答えてはならない。

【証明】

(ア) より，∠ABE＝∠ACE

よって，　∠ABE＝∠OCE　…………①

(ア) より，∠ABC＝ (イ) °

△ABCの内角の和は (ウ) °なので

∠ACB＝ (エ) °

(ア) より，∠ACB＝∠AEB

よって，　∠AEB＝ (エ) °　…………②

BC∥DEより，∠OCBと∠ (オ) は (カ) の関係にあるから

∠OCB＝∠ (オ) となる。

OC，OEはともに円Ｏの半径であるから，∠OEC＝ (エ) °　…………③

よって，②，③より　∠AEB＝∠OEC　…………④

①，④より，２組の角がそれぞれ等しいから，△ABE∽△OCE

語群

(ア)：	三平方の定理　円周角の定理　中心角の定理　ニュートンの定理
(イ)，(ウ)，(エ)：	30　60　90　120　150　180　360
(オ)：	CFE　BCE　BDE　AOE　COE
(カ)：	同じ角　錯角　対頂角　代表角　同位角

(2) △COEの面積を求めよ。

6 1辺の長さが3 cmの立方体ABCD－EFGHがある。次の(1)〜(4)に答えよ。

(1) 図1において，対角線AFとねじれの位置にある辺は全部で何本あるか求めよ。

(2) 図2において，線分CFの長さを求めよ。

(3) 図2において，3点A，C，Fを通る平面で分けたときにできる2つの立体のうち，頂点Hをふくむ立体の体積を求めよ。

(4) 図2において，辺DHの中点をMとする。線分BMと3点A，C，Fを通る平面の交点をPとするとき，線分PMの長さを求めよ。

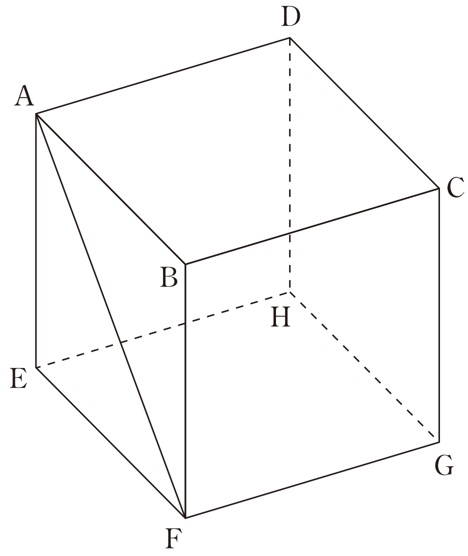


図1

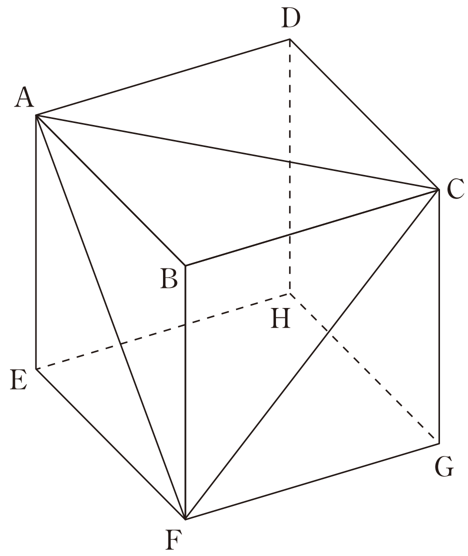


図2